

---

# **Caractérisation de l'interaction entre une fondation et un sol d'assise : Mise en œuvre d'une procédure itérative**

**Wafy Bouassida<sup>1</sup>, Ahmed Amine Kamoun <sup>2</sup>, Mounir Bouassida<sup>3</sup>**

<sup>1,2,3</sup> Simpro. Bureau d'études spécialisé en géotechnique, Ariana, Tunisie

*Coordonnées du principal auteur : [wafy.bouassida@geosimpro.com](mailto:wafy.bouassida@geosimpro.com)  
tel : +216 29 792 318*

*RÉSUMÉ* : Ce manuscrit, présente une procédure itérative permettant de déterminer le module de réaction d'un sol donné, soumis à un chargement vertical en fonction du tassement du sol. Ensuite, la mise en œuvre de la procédure itérative est faite pour deux cas d'études. Il est, donc, conclu, que la sensibilité de la réaction d'un sol chargé verticalement par rapport à son tassement, simule d'une manière plus réaliste, le comportement de la fondation étudiée.

*MOTS-CLÉS* : Interaction, module de réaction, fondation, tassement, différences finies.

*KEY WORDS*: Interaction, modulus of Subgrade Reaction, foundation, settlement, finite difference

---

## 1. Introduction

Lorsqu'un sol donné, sableux ou argileux, est soumis à un chargement quelconque, la réponse du sol vis-à-vis de ce chargement se traduit par le biais d'un tassement. En outre, le sol développe une réaction, qui s'exerce sur l'élément de fondation lui transmettant la charge. Donc, il est évident que la réaction d'un sol chargé soit liée à son tassement. De ce fait, toute estimation du module de réaction nécessite d'établir un lien clair avec le tassement. De ce fait, les estimations arbitraires des modules de réaction basées sur des relations prédéfinies dans la littérature ne peuvent être jugées valables que lorsqu'elles explicitent ce lien.

Les modèles existant dans la littérature et disponibles pour évaluer la réaction d'un sol par rapport au chargement d'une fondation sont multiples et variés. Toutefois, le plus fréquent en termes d'usage, est celui de Winkler (1867). Ceci est certainement dû à ses hypothèses simples, supposant que la réaction d'un sol peut être modélisée par un seul coefficient noté  $k_s$ , indépendant de la charge appliquée et ayant la même valeur en tout point sous la structure chargée. Ce coefficient appelé module de réaction est défini comme étant le rapport entre la contrainte appliquée et le déplacement vertical de la fondation. Toutefois, l'usage du modèle de Winkler devrait être fait avec soin vu qu'il n'illustre pas le mécanisme de déformation d'un sol chargé. Ceci sera davantage développé dans les sections suivantes. Pasternak (1945) a développé lui aussi, un modèle décrivant la réaction d'un sol chargé en utilisant deux coefficients  $C1$  et  $C2$ . Le coefficient ( $C1$ ) illustre la raideur verticale, similairement au coefficient  $k_s$  de Winkler, alors que le coefficient ( $C2$ ) décrit l'interaction entre les ressorts verticaux. Plus précisément, il tient compte de l'effet d'une raideur située à une position donnée sur les raideurs voisines. Par conséquent, un tel modèle illustre davantage le mécanisme de cisaillement, développé dans un sol support, situé sous une fondation chargée. Toutefois, l'estimation d'un tel module s'avère compliquée, notamment en l'absence d'essais de cisaillement. De plus les banques de données disponibles pour estimer ce coefficient ne sont pas riches. De ce fait, l'utilisation du modèle de Pasternak reste jusqu'à nos jours limité, particulièrement dans les projets d'usage courant. Dans le même contexte, on note qu'ils existent plusieurs autres modèles décrivant la réaction d'un sol en faisant intervenir plus qu'un coefficient tel que celui de Vlassov [VAL 66], du Gradient [STR 90]. Similairement à celui de Pasternak, l'usage de ces modèles devrait faire l'objet de travaux futurs pour les rendre plus pratiques aux ingénieurs. La figure 1 présente une illustration de l'usage du modèle de Winkler.

## 2. Modélisation de la réaction d'un sol chargé

### 2.1. L'essai de plaque

Comme connu, l'approche la plus fiable consiste à réaliser un essai de plaque normalisé sur une fondation de taille minimale 30\*30 cm et obtenir ainsi la variation du tassement en fonction de la contrainte appliquée. Le module de réaction peut être ainsi déterminé en évaluant le rapport contrainte-tassement correspondant à un déplacement vertical de la plaque inférieur ou égal à 1.3 millimètres [STR 90]. Toutefois, la valeur obtenue, notée  $k_1$ , devrait être multipliée par des facteurs correspondant à la géométrie de la fondation objet de l'étude et à la nature du sol support (Terzaghi 1955). Le produit de ces deux facteurs par  $k_1$  permet de calculer le module de réaction cherché à partir de l'équation [1]. Le Tableau 1 récapitule les coefficients de correction.

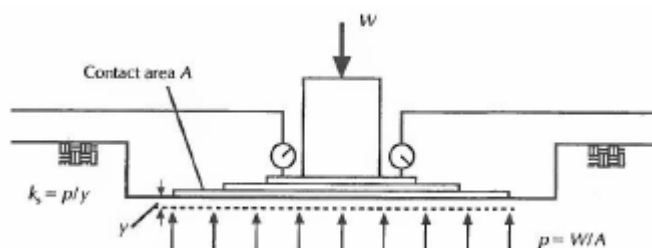


Figure 1. Schématisation de l'essai de plaque (Jones 1999)

$$k_s = k_1 \times k_{s1} \times k_{s2} \quad [1]$$

Tableau 1. Coefficients de correction proposés par Terzaghi(1955)

	Argile	Sable
$k_{s1}$ : Facteur qui dépend de la largeur B	1	$\left[ \frac{B + B_0}{2B} \right]^2$
$k_{s2}$ : Facteur qui dépend de la longueur L ou de la largeur B	$\left[ \frac{L + 0.152}{1.5L} \right]$	$\left[ \frac{B_0}{B} \right]$

$B_0$  : Largeur de la plaque égale à 30 cm

Dans le cas où la réalisation de l'essai de plaque s'avère impossible, il est possible de déduire les valeurs de  $k_s$  à partir des essais in situ (SPT ou cône suédois) comme présentés dans les Tableaux 2 et 3.

**Tableau 2.** Valeurs de  $k_1$  pour les sables (MN/m<sup>3</sup>) [TER 95]

Densité relative SPT (valeurs non corrigées)	Lâche	Moyen	Dense
	<10	10-30	>30
Sol sec ou humide	15	45	175
Sol saturé	10	30	100

**Tableau 3.** Valeurs de  $k_1$  pour les argiles (MN/m<sup>3</sup>) [TER 95]

Consistance	Peu rigide	bonne	Très grande
$C_u$ (kN/m <sup>2</sup> )	50-100	100-200	>200
$k_1$ (MN/m <sup>3</sup> )	25	50	100

## 2.2. Méthodes empiriques

En faisant recours à des séries d'essais de plaques, plusieurs ingénieurs géotechniciens et chercheurs ont développé des relations permettant d'évaluer le module de réaction d'un sol donné, tenant compte de ses paramètres de déformation et de la largeur de fondation sur lequel elle repose. A titre indicatif, on présente au Tableau 4 des relations développées dans ce contexte.

**Tableau 4** Relations empiriques utiles pour estimer  $k_s$ 

Auteurs	Module de réaction (MN/m <sup>3</sup> )
Biot (1937)	$\frac{0.95E_s}{B(1-\vartheta_s^2)} \left[ \frac{B^4 E_s}{(1-\vartheta_s^2)EI} \right]^{0.108}$
Vesic (1961)	$\frac{0.65E_s}{B(1-\vartheta_s^2)} \sqrt[12]{\frac{B^4 E_s}{EI}}$
Meyerhof et Baïke (1965)	$\frac{E_s}{B(1-\vartheta_s^2)}$
Selvadurai (1984)	$\frac{0.65E_s}{B(1-\vartheta_s^2)}$
Bowles (1998)	$\frac{E_s}{B_1(1-\vartheta_s^2)mI_s I_F}$

$E_s$  : Module d'élasticité du sol.  $E$  : Module de déformation de la fondation.

$I$  : Inertie de la fondation.  $B$  : Largeur de la fondation.  $B_1$  : Largeur de la plaque.  
 $I_s I_F$  : Facteur d'influence qui dépend de la forme de la fondation.  $\vartheta_s$  : Coefficient de poisson du sol.  $m=1,2$  ou  $4$  selon le coin de calcul de contrainte.

### Commentaires

La configuration de l'essai de plaque est faite de manière à imposer une déformation homogène et unidirectionnelle du sol support sur toute la superficie de la fondation. Plus précisément, cette configuration décrit la réponse d'un sol chargé à travers un seul coefficient  $k_s$ . Une telle hypothèse, très répandue en termes d'usage, fait référence au modèle de Winkler (1867). En effet, il s'agit simplement de décrire le sol comme étant un milieu élastique obéissant à la loi de Hooke et identifié par un module réaction  $k_s$ , défini par l'équation [2].

$$k_s = \frac{p}{w} \quad [2]$$

Avec  $p$  : contrainte verticale (kPa)

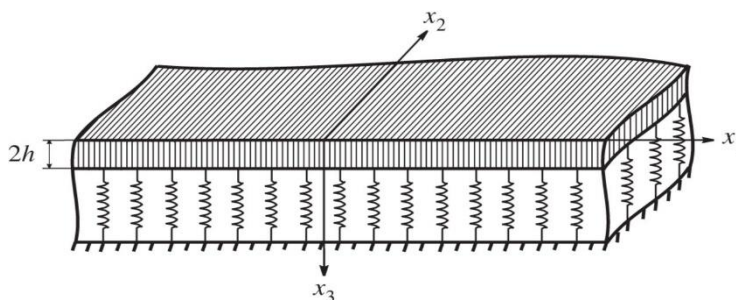
$w$  : tassement du sol support (m)

En pratique, la détermination de  $k_s$  se fait fréquemment en faisant recours aux corrélations présentées dans le paragraphe précédent. Toutefois, l'usage de ces relations, d'une manière arbitraire, et en y ajoutant les facteurs de sécurité recommandés dans les codes de calcul, peut conduire à des modules de réaction erronés. Ceci engendrera ainsi des estimations incorrectes des efforts internes dans les fondations et par suite dans les éléments de la structure porteuse. Ces erreurs peuvent induire des dommages graves, notamment lors de la présence d'une couche argileuse dans le sol de fondation (Kanoun 1987). En effet, une bonne estimation du module de réaction d'un sol donné devrait simuler son comportement réel en termes de déformabilité. Plus précisément, si l'estimation de  $k_s$  n'illustre pas la réponse du sol chargé, vis à vis des tassements, alors il s'agit d'une évaluation incorrecte de cette grandeur.

### 2.3. Méthode itérative

Comme il a été mentionné dans la section précédente, une bonne estimation du module de réaction devrait nous ramener à une harmonie, ou une convergence à une erreur près, entre le tassement du sol support sous la fondation, et la déflexion de la fondation étudiée. On rappelle que la déflexion s'obtient suite la résolution de l'équation différentielle [3] décrivant le chargement d'une fondation reposant sur un milieu élastique. La figure 2 illustre l'obtention de ce profil et présente l'équation différentielle qui lui est relative.

**Figure 2.** *Modèle d'une fondation reposant sur un milieu élastique*



$$EI \frac{d^4 w}{dx^4} + k_s w = q(x) \quad [3]$$

De ce fait, la valeur de  $k_s$ , représentative du sol, introduite dans l'équation différentielle [3], devrait faire l'objet de *tests* ou d'*itérations* pour faire aboutir à la convergence évoquée. Dans l'organigramme de la Figure 3, présente les étapes qu'on propose afin d'évaluer judicieusement le module  $k_s$  en utilisant le modèle de Winkler.

Il est à noter qu'une telle approche itérative a été déjà implémentée dans le logiciel GeoSpring (2016) développé par l'équipe du bureau SIMPRO. Le développement du logiciel vise à fournir un outil efficace et fiable pour traiter rigoureusement les problèmes d'interactions sols-structures dans le cas statique. Dans ce qui suit, on illustrera la performance de l'approche itérative présentée à travers deux cas d'études différents.

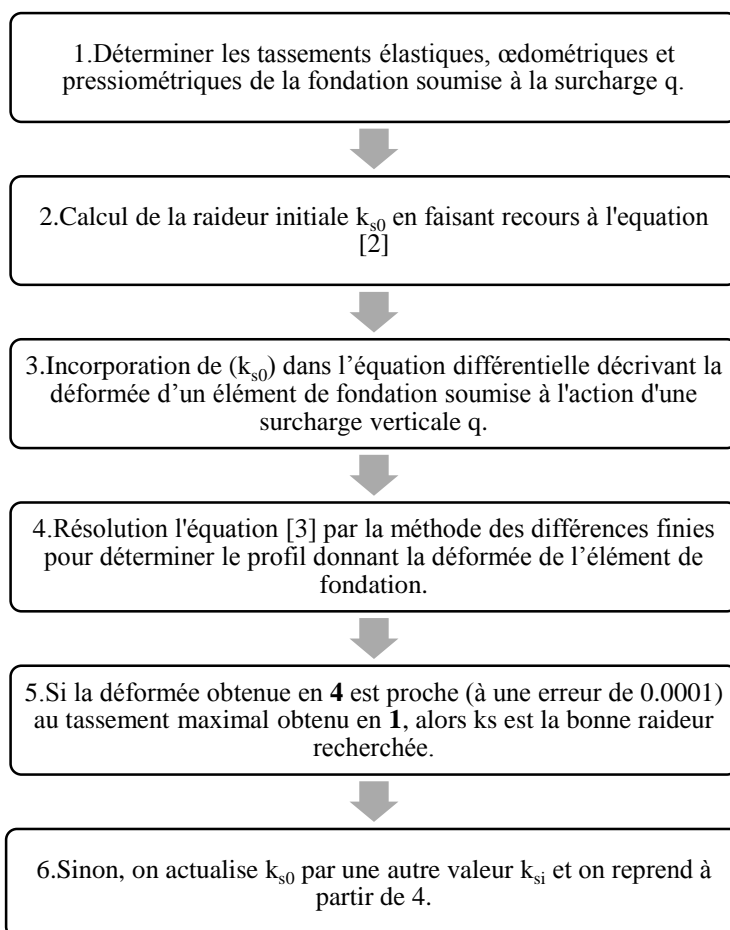


Figure 3. Organigramme des étapes de détermination du module de réaction  $k_s$

### 3. Validation de la procédure

Dans les deux cas étudiés, une semelle rectangulaire soumise à une contrainte de deux bars ayant les caractéristiques présentées dans le Tableau 5 a été choisie.

**Tableau 5.** *Caractéristiques de la fondation étudiée*

L (m)	4
B (m)	2
H (m)	0.3
E (MPa)	30000
I (m <sup>3</sup> )	0.0045

Pour le sol support deux coupes géotechniques du type monocouche, dont on présente les caractéristiques sur le Tableau 6, ont été considérées.

**Tableau 6.** *Caractéristiques des couches du sol*

Cas	1	2
Désignation	Sable fin limoneux	Sable légèrement argileuse
$\gamma$ (kN/m <sup>3</sup> )	20	17.21
$C'$ (kPa)	1	28
$\Phi'$ (°)	30	18
$E_m$ (MPa)	7.8	12.6
$E_d$ (MPa)	15.6	25.2
$\nu$	0.33	0.33
$e_0$	0.495	0.744
$c_c$	0.136	0.157

Pour les deux cas de figures, l'estimation du module réaction  $k_s$  de chaque sol support est présentée au Tableau 7.

**Tableau 7. Module réaction  $k_s$  du sol**

Méthode	Module de réaction $k_s$ (MN/m <sup>3</sup> )	
	Cas 1	Cas 2
Biot	8.80	15.61
Vesic	5.87	10.28
Meyerhof and Baïke	8.58	14.40
Selvadurai	5.58	9.36
Bowles	4.07	6.83

En tenant compte des paramètres de déformation présentés au Tableau 6, on présente respectivement les valeurs de tassements élastiques, œdométriques et pressiométriques de la semelle étudiée pour les deux cas.

**Tableau 8. Tassement de la fondation**

Tassement (cm)	Cas 1	Cas 2
Elastique	6.47	4
œdométrique	13.25	14.6
Pressiométrique	1.34	0.83

**Itération de  $k_s$  :**

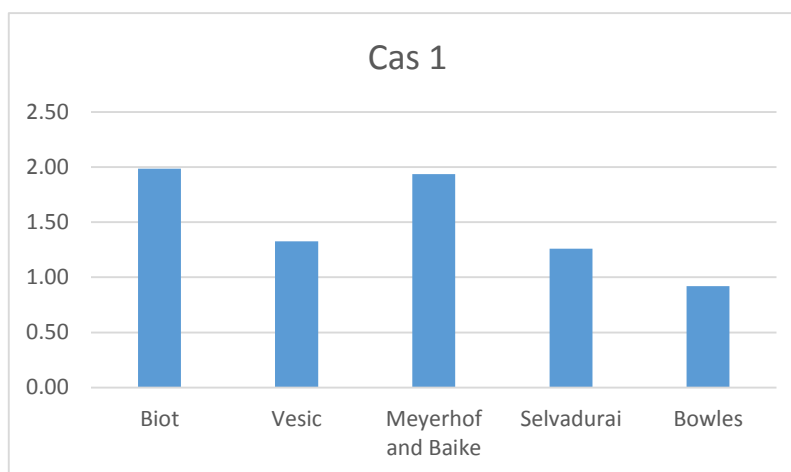
En utilisant le code GeoSpring (2016), des itérations sur la valeur de  $k_s$  ont été effectuées (figure 4) afin d'obtenir une déflexion de la fondation étudiée proche, à une erreur de précision de  $10^{-4}$ , à la valeur des tassements œdométriques dans les deux cas. Il est évident ici que le choix des valeurs œdométriques a été effectué pour simuler la déformabilité la plus critique de chaque sol support. Le Tableau 9 présente ainsi les valeurs finales obtenue itérativement des modules de réactions obtenus. Dans le même sens, on présente dans les figures 4 et 5, les rapports entre les valeurs itératives de chaque cas et les valeurs initiales avec lesquelles on a effectué les itérations (Tableau 9).



**Tableau 9.** Valeurs des modules de réactions obtenues par itérations

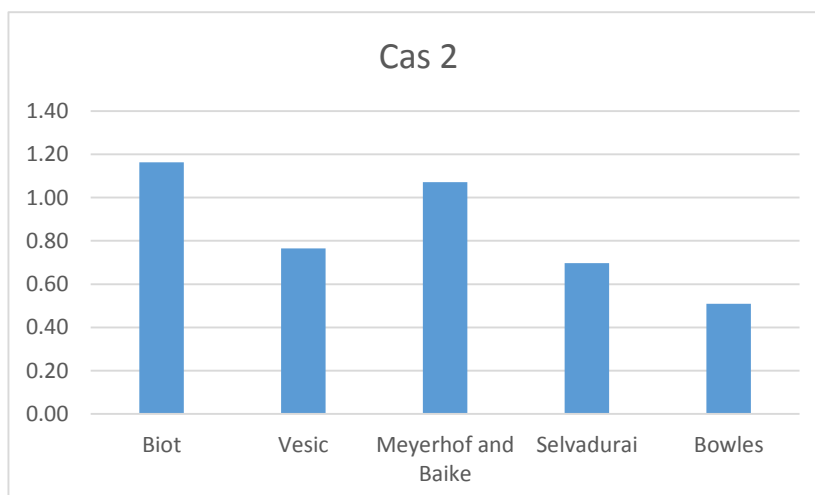
Cas	$k_s$ (MN/m <sup>3</sup> )	
	Œdométrique	Elastique
Cas 1	4.43	1.54
Cas 2	13.43	2.48

**Figure 4.** Rapport entre  $k_s$  obtenu par itérations et  $k_s$  obtenu à partir des



relations proposées dans la littérature

**Figure 5.** Rapport entre  $k_s$  obtenu par itérations et  $k_s$  obtenus à partir des relations proposées dans la littérature



Il est à noter que les valeurs itératives des modules obtenus nous ont donné des déflexions pratiquement égales aux tassements œdométriques. Ceci confirme que le contraste entre les valeurs itératives et les valeurs initiales donne des réponses différentes des sols supports, en termes de tassements.

Les raideurs finales obtenues (Tableau 9) peuvent être communiquées à l'ingénieur de béton armé pour qu'il les implémente dans un logiciel de calcul et estime ainsi la nouvelle distribution des efforts internes dans sa structure étudiée. En effet, et comme convenu dans les études de structures, les ingénieurs de béton armé demandent des valeurs de raideurs, que l'ingénieur géotechnicien devrait fournir, pour estimer la distribution finale des moments et des contraintes dans leurs structures porteuses. Ces raideurs vont exprimer ainsi l'influence de la réponse du sol support sur les efforts internes de la structure. Jusqu'à nos jours les valeurs des raideurs sont choisies, dans la plupart des projets professionnels, en utilisant des relations trouvées dans la littérature comme présenté dans la deuxième partie de ce manuscrit. En adoptant une telle approche « déterministe », on aura certainement des sur ou sous-estimations des efforts internes des structures porteuses.

#### 4. Conclusion

La formulation d'un problème d'interaction sol-structure en statique ou même en dynamique devrait impliquer certainement le lien entre la déformabilité du sol d'une part, et le comportement de la fondation, en déflexion, d'une autre part. La négligence de ce lien nous éloignera certainement du comportement réel des structures porteuses étant donné que l'effet de la réponse du sol sur les efforts internes de la fondation sur lequel elle repose, n'a pas été judicieusement évalué. Dans ce travail, la réaction d'un sol chargé a été explicitement liée à son tassement à travers une procédure itérative. Les résultats d'une telle méthode fournissent ainsi des valeurs de modules de réactions correspondant à des tassements de sols supports, et des déflexions de fondations, pareilles, à une erreur de précision acceptable.

#### 5. Références bibliographiques

- [GLY 97] GLYN JONES, *Geotechnical Engineering: Principles and Practices of Soil Mechanics and Foundation Engineering*, CRC Press, 2002.
- [VNS 02] V.N.S. MURTHY, *Analysis of Beams on Elastic Foundations: Using Finite Difference Theory*, Thomas Telford, 1997.
- [VAL 66] LEONTEV, U. N.; VLASOV, V. Z, *Beams, plates and shells on elastic foundations*, NTIC NO. N67, 1966.
- [TER 95] Terzaghi K., « Evaluation of coefficients of subgrade reaction », *Geotechnique*, vol. 5, n° 4, 1995, 41-50.
- [KAN 95] Kanoun F., « Radier sur sol compressible », *Annales de mécanique des sols*, vol. 1, 1987.
- [AUS 06] Austin Potts., « Modulus of Subgrade Reaction and Deflection », *Undergraduate Journal of Mathematical Modeling*, vol. 2, Issue 1, Article 5, 2006.

[WAE 13] Wael N. Abd Elsamee., « An Experimental Study on the Effect of Foundation Depth, Size and Shape on Subgrade Reaction of Cohesionless Soil », *Engineering*, 2013, 5, 785-795.

[STR 90] WILLIAM THOMAS STRAUGHAN., *Analysis of plates on elastic foundations*, Thèse de doctorat, Texas Tech University, 1990.